

Relativistic motion equation, Galilei transformation, Lorentz transformation

一定速度で運動している運動系内の力学を観測している静止系の観測者が、ガリレイ変換を適用すると、運動系へと変換される（運動系へと飛び移れる）。ガリレイ変換を適用して運動系へ至った静止系の観測者が、その系内で目にするのは、静止した物体であり、静止した物体が力の作用を受けて相対速度を獲得するまでの運動の力学である。

そこで振り返って、そこから元居た静止系を眺めると、それは一定速度で運動している系となって観測されて、その系内の力学は、元の静止系から眺めた運動系内の力学とまったく同じものとして眺められる。

したがって、静止系の観測者と運動系の観測者とが、両系の中で絶対的に静止し、絶対的に運動しているものはいずれの系かを物理学実験によって決定しようと試みても、それはまったく無駄な試みと化す。このことは、相対性原理の教えである。

静止系と運動系との間では、時間と長さ、力学法則の一切は、ガリレイ変換をもって共変変換される。ガリレイ変換が成立することで、静止系と運動系とに相対性原理が成立していることが保証される。

前回までに説明した運動方程式は、次のようであった。

$$mdv = f dt \quad (1)$$

これをガリレイ変換すると、次のように与えられる。

$$mdv' = f dt' \quad (2)$$

以上により、運動方程式に対してガリレイ変換が共変変換の要件を満たしていることを確認できる。

時間と長さについては、ガリレイ変換そのものに共変性が現れている。

$$t' = t \quad (3)$$

$$x' = x - vt \quad (4)$$

静止系の観測者が、目前に静止している物体の運動獲得に対して適用すべき運動方程式は、式(1)である。一方、静止系の観測者が、ガリレイ変換を適用して運動系に至り、目前に静止している物体の運動獲得に対して目にする運動方程式は、式(2)である。すなわち、いずれの系においても、力学法則はまったく同じである。測定される時間や長さについてもまったく同様であり、それらはガリレイ変換の式(3)及び式(4)が教える通りである。

しかし、あろうことか、アインシュタインは、ガリレイ変換はローレンツ変換に置き換えられるべきであると主張した。（このような主張が誤っていることは前回すでに議論している）アインシュタインの特殊相対性理論に現れるローレンツ変換は、次のとおりである。

$$t' = [1/\sqrt{1-v^2/c^2}](t - vx/c^2) \quad (5)$$

$$x' = [1/\sqrt{1-v^2/c^2}](x - vt) \quad (6)$$

ここに、 v^2 及び c^2 は、それぞれ相対速度 v の 2 乗及び光の速さ c の 2 乗を表す。アインシュタインによれば、プライムの付く t' 及び x' は運動系の時間及び座標を表す。一方、 t 及び x は静止系の時間及び座標を表す。

アインシュタインは、「静止系の観測者は、ガリレイ変換ではなく、ローレンツ変換を経て、運動系に飛び移れる」と主張していることになる。

ローレンツ変換を用いて、静止系の観測者が運動系に飛び移るには、ガリレイ変換の場合と同様に、 $x=vt$ 、 $l=x-vt$ をローレンツ変換に与えるとよい。このとき、ローレンツ変換式(5)及び(6)は、次の関係を与える。

$$t' = 1/\sqrt{1-v^2/c^2} t \quad (7)$$

$$\sqrt{1-v^2/c^2} x' = l \quad (8)$$

アインシュタインは、式(7)及び式(8)の関係を得て、「運動系の時間は静止系の時間に対して遅れる」、「運動系の長さは運動方向に縮む」と主張した。これが、アインシュタインの相対論的時間であり、相対論的長さである。

アインシュタインは、「相対論的時間」、「相対論的長さ」を定義した上で、ニュートン以来定義されてきた絶対的な時間及び絶対的な長さの概念（静止系でも運動系でも、時間及び長さは同じであるとする思想）を物理学から葬り去った。現代物理学界は、アインシュタインの相対論的時間及び相対論的長さを信じ、その思想を今日に至るまで漫然と敷衍し続けてきている。

アインシュタインの相対論的時間及び相対論的長さを信じる立場にある現代物理学界が教える相対論的運動方程式は、次のように説明される。

$$m dv / [\sqrt{1-v^2/c^2}]^2 = f \sqrt{1-v^2/c^2} dt \quad (9)$$

ここに、 $[\]^2$ は、 $[\]$ の 2 乗を意味する。

式(9)は、次のように変形される。

$$d[mv/\sqrt{1-v^2/c^2}] = f dt \quad (10)$$

実験結果は、式(9)あるいは式(10)によく適合し、式(9)あるいは式(10)が正しい運動方程式であることを支持している。その結果、アインシュタイン以降の現代物理学界においては、式(9)あるいは式(10)が正しい運動方程式と見なされて来ている。

現代物理学界の主張は、「従来の運動の法則及びガリレイ変換は、相対速度 v が光速 c に比較して十分に小さい場合（すなわち、 $v^2/c^2 \ll 1$ の場合）に適用される」というものであり、「正しくはローレンツ変換に従うものでなければならない」というものとなっている。だが、こうした従来の説明は、アインシュタイン及び現代物理学界の誤謬に基づくものである。

アインシュタイン及び現代物理学界の誤謬とはなにか？

前回説明したように、それはアインシュタインの相対論的時間及び長さの定義に起源がある。アインシュタインが、式(5)及び式(6)あるいは、式(7)及び式(8)を、静止系と運動系における実際の時間及び長さの関係式と誤ったことに端を発している。

しかし、式(5)及び式(6)あるいは、式(7)及び式(8)の関係は、そうではなく、静止系と運動系との間の相対論的電磁気理論を規定するものであり、電磁気理論における時間と空間との関係を表している。静止系と運動系の実際の時間及び空間の変換は、ガリレイ変換が担う。

すなわち、ガリレイ変換を経て運動系に飛び移った観測者が運動系側から見る静止系の電磁気理論と静止系内の電磁気理論とを比較したとき、式(5)及び式(6)あるいは、式(7)及び式(8)の関係が成立しているということである。

式(7)及び式(8)の関係を理解する上で、再三注意しておかなければならないことがある。それは、静止系で成立している電磁気理論は、そのまま運動系でも成立しているということである。そのことは、相対性原理が保証することである。したがって、静止系からガリレイ変換を経て、静止系の観測者が運動系内に見る電磁気理論は、先に静止系で見た電磁気理論とまったく同じものである。アインシュタインは、このような電磁気理論に関する相対性原理が、ローレンツ変換による電磁気理論の共変変換によって保障されると考えている。しかしながら、ローレンツ変換は、電磁気理論を共変間するものの、電磁気理論に対する相対性原理を保証するものではない。

繰り返しになるが、ローレンツ変換は、静止系で観測される電磁気理論が、運動系から眺めたとき、いかように観測されるものとなるか、ということを規定する。逆に、運動系で観測される電磁気理論が、静止系からいかように眺められるか、ということを説明する。したがって、ローレンツ変換から得られた式(7)及び式(8)は、静止系の観測者が、一定速度で運動している物体の運動力学を静止系から光など電磁波を利用して観測するとき、運動系内の電磁気理論とそれが静止系側から眺めたときの電磁気理論との関係を表さなければならない。

静止系の観測者が光など電磁波を利用して運動物体の力学を計測する際に、 Δt 及び Δx と観測したとしても、それは運動系内では、実際には $\Delta t'$ 及び $\Delta x'$ となって伝播しており、それらの間には、ローレンツ変換の式(5)及び式(6)に基づいて、次の関係式が成立する。

$$\Delta t' = 1/\sqrt{1-v^2/c^2} \Delta t \quad (11)$$

$$\sqrt{1-v^2/c^2} \Delta x' = \Delta x \quad (12)$$

光など、電磁波の伝播に式(11)及び式(12)のような関係が成立していなければならないのは、電磁波の振動数のドップラー効果及び赤方偏移 (redshift) の効果によるものである。

静止系からガリレイ変換を経た観測者の目にする運動方程式は、式(2)に基づいて、次式で与えられる。

$$m d(dx'/dt') = f dt' \quad (13)$$

しかし、一定速度で運動している運動物体の観測に、光など電磁波を用いている場合、静止系と運動系とで電磁波理論に、式(11)及び式(12)の関係が成立していなければならない。すなわち、運動系内の観測値 $\Delta t'$ 及び $\Delta x'$ は、静止系では観測値 Δt 及び Δx に変換されなければならない。これがローレンツ変換の教えである。

よって、静止系から運動系の力学を、光など電磁波を用いて観測する場合、式(13)は、ローレンツ変換によって、次のように変換されなければならない。

$$m d\left\{ \frac{dx/\sqrt{1-v^2/c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2} dt} \right\} = f \left[\sqrt{1-v^2/c^2} dt \right] \quad (14)$$

よって、

$$[m/\sqrt{(1-v^2/c^2)}]^3 d(dx/dt) = f dt \quad (15)$$

すなわち、

$$[m/\sqrt{(1-v^2/c^2)}]^3 dv = f dt \quad (16)$$

左辺の一部を積分して、

$$d[mv/\sqrt{(1-v^2/c^2)}] = f dt \quad (17)$$

以上をまとめると、静止系の観測者がガリレイ変換を適用して、運動系に飛び移って、そこで目にする運動方程式は、式(2)あるいは式(13)である。

一方、静止系の観測者が、光など電磁波観測によって、運動系の運動を遠隔的に観測するとき、目にする相対論的運動方程式は、式(17)である。

アインシュタインの誤謬は、「静止系の観測者がローレンツ変換を適用して、運動系に飛び移って、そこで目にする（あるいは、運動系に伴走する者の見る）運動方程式は式(10)である〔すなわち、式(17)である〕と誤ったところにある。

電磁気理論は、力学にとって観測手段に対する理論となる。もちろん、一定速度で運動している粒子に電磁力（ローレンツ力）を及ぼす場合の電磁気力学に現れる運動方程式は、式(17)となる。式(17)は、電磁気力学に対する相対論的運動方程式でもある。

ここで、式(16)を次のように変形してみる。

$$m \alpha dv = f dt \quad (18)$$

$$\alpha = [1/\sqrt{(1-v^2/c^2)}]^3 \quad (19)$$

ここに見る係数 α は、静止系の観測者が力学計測に光など電磁波を用いていることから現れる一種の変換係数であり、電磁波理論の変換にローレンツ変換が関わることから現れる係数である。

式(18)は、 $v^2/c^2 \ll 1$ の場合には、近似式として、次式を与える。

$$mdv = f dt \quad (20)$$

ここに、相対速度が光の速さに比較して十分小さい場合、相対論的運動方程式は従来の運動方程式で近似されるという従来の説明の所以を見る。しかしながら、その本来の意味はアインシュタインの相対性理論の説明（従来の説明）とまったく異なることは、これまでに説明してきた通りである。

式(2)あるいは式(13)、すなわち、

$$mdv = f dt \quad (21)$$

は、相対速度の大きさや光の伝播速度に依存することなく、静止系においてもまた運動系においても、元来、物体の運動法則を表す。

したがって、「物質の相対速度は、光の速度を越えられない」とする従来の説明は、誤りである。特殊相対性理論にそのような制限は一切現れない。制限が現れるのは、観測に光や電磁波を用いていることによるもので、光など電磁波の伝播速度を超える相対速度を持つ物体の観測には、当然ながら、光など電磁波を用いることができないという制限によるものである。このことから、光や電磁波観測では見ることのできないブラックホールの内部から、

光の速度を超える相対速度をもって物質が放出されることは可能となると言えるが、残念ながら、そのことを電磁波観測で見ることができない。電磁波観測で見えるのは、電磁波の伝播速度以下の相対速度を持つ現象のみとなる。

仲座栄三

参考文献：仲座栄三、新相対性理論（物理的思考編）、ボーダーインク、363p.、2023.